

## Sistem linearnih enačb

Podan je sistem linearnih enačb, kjer so  $X_1$ ,  $X_2$  in  $X_3$  neznanke.

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 + X_3 &= 1 \\ X_1 + 2X_2 + 3X_3 &= -1 \\ X_1 + 3X_2 + 6X_3 &= 0 \end{aligned}$$

---

Rešitev:

1/ Od druge in tretje enačbe odštejemo prvo enačbo.

2/ Drugo enačbo pomnožimo z 2 in jo odštejemo od tretje enačbe.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & 6 & 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Enačbe napišemo po obratnem vrstnem redu, tako kot izračunavamo neznanke.

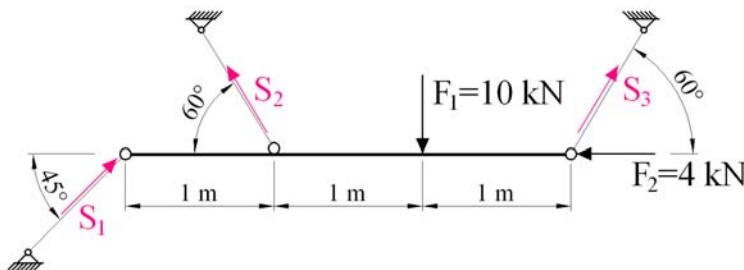
$$X_3 = 3$$

$$X_2 + 2 \cdot X_3 = -2 \quad \Rightarrow \quad X_2 = \frac{-2 - 2 \cdot 3}{1} = -8$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1 \quad \Rightarrow \quad X_1 = 1 - (-8) - 3 = 6$$

Po Gaussovi eliminacijski metodi poteka način reševanja sistema linearnih enačb tako, da tvorimo tako imenovano trikotno matriko, kjer so členi pod glavno diagonalo matrike enaki nič. Nato zapišemo ekvivalentni sistem enačb v obratnem vrstnem redu in iz vsake enačbe lahko sedaj izračunamo po eno neznanke. Neznanke izračunavamo postopoma, ker je v vsakem naslednjem koraku znana po ena neznanke več.

Za podano konstrukcijo zapišite ravnotežne enačbe in izračunajte sile v palicah.



Sistem ravnotežnih enačb:

$$\begin{aligned} S_1 \cos 45 - S_2 \cos 60 + S_3 \cos 60 - F_2 &= 0 \\ S_1 \sin 45 + S_2 \sin 60 + S_3 \sin 60 - F_1 &= 0 \\ 2S_1 \sin 45 + S_2 \sin 60 - S_3 \sin 60 &= 0 \end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned} 0.707S_1 - 0.5S_2 + 0.5S_3 &= 4 \\ 0.707S_1 + 0.866S_2 + 0.866S_3 &= 10 \\ 1.41S_1 + 0.866S_2 - 0.866S_3 &= 0 \end{aligned}$$


---

Zapis sistema enačb v matrični obliki:

$$\begin{bmatrix} 0.707 & -0.5 & 0.5 \\ 0.707 & 0.866 & 0.866 \\ 1.41 & 0.866 & -0.866 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ 10 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[K] \cdot \{S\} = \{d\}$$

Zapis sistema linearnih enačb z indeksi:

$$K_{ij} \cdot S_j = d_i$$

$[K]$  - matrika koeficientov

$\{S\}$  - vektor neznanih sil

$\{d\}$  - vektor desne strani

Splošni sistem enačb:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix}$$

Razširjena matrika sistema linearnih enačb:

$$\begin{bmatrix} 0.707 & -0.5 & 0.5 & 4 \\ 0.707 & 0.866 & 0.866 & 10 \\ 1.41 & 0.866 & -0.866 & 0 \end{bmatrix}$$

Reševanje sistema linearnih enačb s pomočjo računalniškega programa EXCEL:

faktor	S1	S2	S3	d	EXCEL	
	0,707	-0,5	0,5	4	2,62969	
f=1	0,707	0,866	0,866	10	7	S1
	1,41	0,866	-0,866	0	2,55942	
	0,707	-0,5	0,5	4	9	S2
	0	1,366	0,366	6	6,84103	
f=1,99434	1,41	0,866	-0,866	0	8	S3
2						
	0,707	-0,5	0,5	4		
	0	1,366	0,366	6		
f=1,36396	0	1,86317	-1,86317	-7,97737		
1						

Gauss	
2,62969	

Način množenja dveh matrik:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} k_{11}g_{11} + k_{12}g_{21} + k_{13}g_{31} & k_{11}g_{12} + k_{12}g_{22} + k_{13}g_{32} & k_{11}g_{13} + k_{12}g_{23} + k_{13}g_{33} \\ k_{21}g_{11} + k_{22}g_{21} + k_{23}g_{31} & k_{21}g_{12} + k_{22}g_{22} + k_{23}g_{32} & k_{21}g_{13} + k_{22}g_{23} + k_{23}g_{33} \\ k_{31}g_{11} + k_{32}g_{21} + k_{33}g_{31} & k_{31}g_{12} + k_{32}g_{22} + k_{33}g_{32} & k_{31}g_{13} + k_{32}g_{23} + k_{33}g_{33} \end{bmatrix}$$

S pomočjo programa EXCEL rešite sistem linearnih enačb:

$$Bx=0$$

$$-2F\sin 60 + 2.5Ay + By - mg = 0$$

$$-3F\cos 60 + Az + 2Bz = 0$$

$$-0.7F + 0.35mg = 0$$

$$-0.15F\cos 60 - 0.85Bz = 0$$

$$0.3F\sin 60 - 0.34mg + 0.8By = 0$$

$$m = 200 \text{ kg}, g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$$